How Effective Is the Minimum Wage at Supporting the Poor?
最低工资真的能帮到低收入群体吗？
(Thomas MaCurdy)

原文：MaCurdy, Thomas. “How Effective Is the Minimum Wage at Supporting the Poor?” Journal of Political Economy, vol. 123, no. 2, 2015, pp. 497–545.
推文作者：陈泽宇（中国人民大学经济学院 2018 级经济学本科）

补充：实证部分的理论基础

这一部分内容对应原文的第七章与附录。本文的实证部分提供了一个分析最低工资效果的实证框架，但也仅仅是一种会计结构，忽略了经济力量的影响。然而，以往有关最低工资的研究大多仅仅聚焦于劳动力市场，没能提供一个可以进行整体评估的理论框架。于是，作者在这一部分尝试构建一个可用的一般均衡理论框架，并利用这一理论框架为前文的会计结构提供理论支持，并进行一些拓展性的讨论。同时，作者构建的理论框架可以为后续讨论最低工资的研究提供参考。

（一）生产技术与成本

作者构建的一般均衡模型包含两种商品、三种要素和四个部门。

首先讨论的是生产部门，生产部门一共生产两种商品，作者称为低工资商品x和高工资商品y。前者的生产需要投入三种要素，分别为低工资工人劳动力l、高工资工人劳动力h_x以及资本k_x；后者的生产需要投入两种要素，分别为高工资工人劳动力h_y以及资本k_y。由于低工资工人劳动力仅仅在生产x中被需要，因此l无需添加下标进行区分。为了与前文的投入-产出估算相对应，作者设定了固定要素比例的生产函数：

$$x = \min\{\alpha_l l, \alpha_h h_x, \alpha_k k_x\}$$
$$y = \min\{\beta_h h_y, \beta_k k_y\} \tag{A1}$$

因此，在生产达到最优化时，低工资商品x投入和产出有如下的关系：

$$x = \alpha_l l = \alpha_h h_x = \alpha_k k_x$$
$$l = \frac{x}{\alpha_l};\ h_x = \frac{x}{\alpha_h};\ k_x = \frac{x}{\alpha_k} \tag{A2}$$

同理，高工资商品y的投入和产出也有类似的关系：

$$y = \beta_h h_y = \beta_k k_y$$
$$h_y = \frac{y}{\beta_h};\ k_y = \frac{y}{\beta_k} \tag{A3}$$

如果定义$h = h_x + h_y$以及$k = k_x + k_y$，那么由(A2)和(A3)，还可以得到以下的关系：

$$k = k_x + k_y = \frac{\alpha_h h_x}{\alpha_k} + \frac{\beta_h h_y}{\beta_k} = \frac{\beta_h}{\beta_k} h + \left(\frac{\alpha_h}{\alpha_k} - \frac{\beta_h}{\beta_k}\right) h_x \tag{A4}$$

除此之外，将高工资工人的工资设定为 1，设定低工资工人的相对工资水平为w，资本的相对价格为r，结合(A2)和(A3)，可以将生产两种商品的成本按照如下表示：

$$C_x = wl + h_x + rk_x = \left(\frac{w}{\alpha_l} + \frac{1}{\alpha_h} + \frac{r}{\alpha_k}\right) x = P_x x$$
$$C_y = h_y + rk_y = \left(\frac{1}{\beta_h} + \frac{r}{\beta_k}\right) y = P_y y \tag{A5}$$

其中，P_x和P_y分别代表商品x和商品y的价格，由于作者的分析不涉及再投资决策，因此不存在利润，即成本与收益是相等的。

（二）家庭部门和消费者群体：商品需求与劳动供给

家庭部门中分为三种家庭：高工资家庭供给高工资工人劳动力，低工资家庭供给低工资工人劳动力，另外还有一部分家庭为不工作的家庭，这部分家庭的消费通过政府的转移支付维持。每个家庭的目标在于最大化自身的效用函数，既包含了劳动力供给的决策，也包含了消费决策。

高工资家庭的决策满足：

$$\max U_h(y_h, h, x_h)$$
$$s.t.\ \ h - \tau_h + (rk - q) = P_x x_h + P_y y_h \tag{A6}$$

高工资家庭的效用函数包含三个部分：对于商品y的消费y_h，对于商品x的消费x_h，以及供给的劳动力h。其决策受限于预算约束。预算约束方程左边是家庭的收入来源，h是供给劳动力得到的报酬。τ_h代表其缴纳的所得税，因此$\tau_h = \tau_h(h)$，作者设定其为单调递增的凸函数，即$\tau_h'(h) > 0$且$\tau_h''(h) > 0$。rk是家庭供给资本获得的收益，q是供给资本的成本，$q = q(k)$，作者同样设定为单调递增的凸函数，满足$q'(k) > 0$且$q''(k) > 0$，这一成本也可以视为资本利得税。

作者定义$M_h(y_h, h, x_h)$代表高工资家庭商品y与劳动的边际替代率，$S_h(y_h, h, x_h)$代表商品x与劳动的边际替代率，于是有：

$$M_h(y_h, h, x_h) = -\frac{\partial U_h/\partial y_h}{\partial U_h/\partial h} > 0$$
$$S_h(y_h, h, x_h) = -\frac{\partial U_h/\partial x_h}{\partial U_h/\partial h} > 0 \tag{A7}$$

同时，作者设定偏好是拟凹的，所以有：

$$\frac{\partial M_h}{\partial y_h} < 0; \frac{\partial M_h}{\partial h} < 0; \frac{\partial S_h}{\partial x_h} < 0; \frac{\partial S_h}{\partial h} < 0 \tag{A8}$$

根据效用最大化的一阶条件，可以得到最大化时的边际效用，代入(A7)中可以得出：

$$M_h = \frac{P_y}{1 - \tau_h'}; S_h = \frac{P_x}{1 - \tau_h'} \tag{A9}$$

最大化时，资本的投入满足：$r - q'(k) = 0$，故：

$$r = q'(k) > 0, dr/dk = q''(k) > 0 \tag{A10}$$

低工资家庭的效用函数具有类似的形式，其决策满足：

$$\max U_l(y_l, l, x_l)$$
$$s.t.\ \ wl - \tau_l = P_x x_l + P_y y_l \tag{A11}$$

作者设定低工资家庭没有资本收入，因此其预算约束方程左边仅有劳动报酬与所得税，$\tau_l(wl)$同样被设定为单调递增的凸函数。定义$M_l(y_l, l, x_l)$代表低工资家庭商品y与劳动的边际替代率，$S_l(y_l, l, x_l)$代表商品x与劳动的边际替代率，同理前文，可以得到：

$$M_l = \frac{P_y}{(1 - \tau_l')w}; \ S_l = \frac{P_x}{(1 - \tau_l')w} \tag{A12}$$

不工作的家庭的效用函数仅包含商品，同时其预算约束方程的收入来源是政府的转移支付：

$$\max U_n(y_n, x_n)$$
$$s.t.\ \ \tau_n = P_x x_n + P_y y_n \tag{A13}$$

定义R_n为商品y和商品x的边际替代率，由效用最大化的一阶条件，有：

$$R_n = \frac{P_y}{P_x} \tag{A14}$$

最后是政府部门和国外部门，对于政府部门而言，其决策需要满足如下的预算约束：

$$\tau_l + \tau_h = \tau_n + P_x x_g + P_y y_g \tag{A15}$$

（三）假定低工资商品需求完全无弹性时的一般均衡

最低工资政策的倡导者认为最低工资的提高不会产生就业损失，因此作者这一部分的讨论基于这一假设，设定低工资商品的需求是完全无弹性的。在这种情况下，生产商品x的要素投入及各个部门对商品x的消费量均是不变的，即$x_h, x_l, x_n, x_g, x, l, h_x, k_x$均固定。

1、对高工资家庭的影响

在讨论高工资家庭受到的影响时，作者主要进行了比较静态分析，即分析均衡条件下，最低工资w的上涨会如何影响高工资家庭对商品y的需求，以及对其劳动力供给h和资本供给k的影响。

根据(A9)，有$M_h(y_h, h, x_h) = P_y/(1-\tau_h')$，将方程两边同时对$w$求导（注意$x_h$应视为常数考虑），可以得到式(A16)。其中，(A16)等号右边的最后一项在计算时使用了由(A5)得到的$P_y = 1/\beta_h + r/\beta_k$，以及由式(A10)得到的$dr/dw = (dr/dk)(dk/dw) = q''(dk/dw)$。

$$\begin{aligned}\frac{\partial M_h}{\partial y_h}\frac{dy_h}{dw} + \frac{\partial M_h}{\partial h}\frac{dh}{dw} &= \tau_h''\frac{P_y}{(1-\tau_h')^2}\frac{dh}{dw} + \frac{1}{1-\tau_h'}\frac{dP_y}{dw} \\ &= \tau_h''\frac{P_y}{(1-\tau_h')^2}\frac{dh}{dw} + \frac{1}{1-\tau_h'}\frac{q''}{\beta_k}\frac{dk}{dw}\end{aligned} \tag{A16}$$

将预算约束方程$h - \tau_h + (rk - q) = P_x x_h + P_y y_h$的左右两边分别对$w$求导，可以得到下式，其中利用(A5)对$P_x$和$P_y$进行了转化：

$$\begin{aligned}(1-\tau_h')\frac{dh}{dw} + q''k\frac{dk}{dw} + q'\frac{dk}{dw} - q'\frac{dk}{dw} &= \frac{dP_x}{dw}x_h + \frac{dP_y}{dw}y_h + \frac{dy_h}{dw}P_y \\ &= \frac{d\left(\frac{w}{\alpha_l} + \frac{r}{\alpha_k}\right)}{dw}x_h + \frac{d\left(\frac{r}{\beta_k}\right)}{dw}y_h + \frac{dy_h}{dw}P_y\end{aligned}$$

再根据$dr/dw = q''(dk/dw)$，可以得到：

$$(1-\tau_h')\frac{dh}{dw} + q''k\frac{dk}{dw} = \left(\frac{1}{\alpha_l} + \frac{q''}{\alpha_k}\frac{dk}{dw}\right)x_h + y_h\frac{q''}{\beta_k}\frac{dk}{dw} + P_y\frac{dy_h}{dw} \tag{A17}$$

由(A4)，有$k = (\beta_h/\beta_k)h + (\alpha_h/\alpha_k - \beta_h/\beta_k)h_x$，故有$dk/dw = (\beta_h/\beta_k)(dh/dw)$，因此，式(A17)可以进一步得到式(A18)：

$$\frac{dy_h}{dw} = -\frac{1}{P_y}\frac{x_h}{\alpha_l} + \frac{1}{P_y}\left[(1-\tau_h') + q''\frac{\beta_h}{\beta_k}\left(k - \frac{x_h}{\alpha_k} - \frac{y_h}{\beta_k}\right)\right]\frac{dh}{dw} \tag{A18}$$

其中，$k - x_h/\alpha_k - y_h/\beta_k$为正，因为低收入家庭也对商品$x$和商品$y$有消费，由于$\tau_h'$是所得税，因此$1-\tau_h' > 0$，又因为$dh/dw > 0$且$q'' > 0$，所以(A18)方程右边的第二项为正。

将(A18)得到的dy_h/dw的表达式代入(A16)，可以得到：

$$\left\{\frac{\partial M_h}{\partial y_h}\frac{1}{P_y}\left[(1-\tau_h') + q''\frac{\beta_h}{\beta_k}\left(k - \frac{x_h}{\alpha_k} - \frac{y_h}{\beta_k}\right)\right] + \frac{\partial M_h}{\partial h} - \frac{\tau_h'' P_y}{(1-\tau_h'')^2} - \frac{q''\beta_h}{(1-\tau_h')\beta_k^2}\right\}\frac{dh}{dw} = \frac{\partial M_h}{\partial y_h}\frac{x_h}{P_y\alpha_l} \tag{A19}$$

由于拟凹偏好的设定，等号右边为负。等号左边大括号内每一项都是负的。因此，等式成立说明在均衡条件下满足：

$$\frac{dh}{dw} > 0; \frac{dk}{dw} = \left(\frac{\beta_h}{\beta_k}\right)\left(\frac{dh}{dw}\right) > 0 \tag{A20}$$

由此可知，随着最低工资的提高，高收入家庭的劳动力供给增加、资本供给增加。

2、对低工资家庭的影响

由于假设了对商品x的需求无弹性，因此随着最低工资的提高，低工资家庭的劳动供给

以及对商品x的需求并不会发生变化。这部分的主要考虑最低工资如何影响低工资家庭对商品y的需求，即考察dy_l/dw。

由式(A11)，低工资家庭的预算约束为：$P_y y_l = wl - \tau_l(wl) - P_x x_l$。给定$x_l$和$l$保持不变，将方程左右两边同时对$w$求导，移项后得到：

$$\frac{dy_l}{dw} = \frac{1}{P_y}\left[(1-\tau_l')l - x_l\frac{dP_x}{dw} - y_l\frac{dP_y}{dw}\right]$$

根据(A5)替换P_x和P_y，再由$dr/dw = q''(dk/dw) = q''(\beta_h/\beta_k)(dh/dw)$，可将上式改写为：

$$\frac{dy_l}{dw} = \frac{1}{P_y}\left[(1-\tau_l')l - \frac{x_l}{\alpha_l}\right] - \frac{q''}{P_y}\frac{\beta_h}{\beta_k}\left(\frac{x_l}{\alpha_k} + \frac{y_l}{\beta_k}\right)\frac{dh}{dw} \tag{A21}$$

3、对不工作的家庭的影响

不工作的家庭的预算约束为：$P_y y_n = \tau_n - P_x x_n$，将预算约束方程左右两边对$w$求导，并经过与上文分析低工资家庭类似的代换，可以得到最低工资如何影响不工作的家庭对商品y的需求：

$$\frac{dy_n}{dw} = \frac{1}{P_y}\left(\frac{d\tau_n}{dw} - \frac{x_n}{\alpha_l}\right) - \frac{q''}{P_y}\frac{\beta_h}{\beta_k}\left(\frac{x_n}{\alpha_k} - \frac{y_n}{\beta_k}\right)\frac{dh}{dw} \tag{A22}$$

（四）与实证部分相对应的一般均衡设定

在实证部分，作者假定提高最低工资的影响对于非最低工资工人的就业不存在溢出效应，即高工资工人的劳动力供给是无弹性的。在这种假定下，$dh/dw = 0$，因此(A18)可以进一步简化为：

$$\frac{dy_h}{dw} = -\frac{1}{P_y}\frac{x_h}{\alpha_l} < 0 \tag{A23}$$

这表明，随着最低工资的提高，高工资工人对于高工资商品的需求会减少。同时，由于(A18)中被省去的一项是正的，因此如果高工资工人会对最低工资的影响作出反应，那么对于高工资商品的需求下降会有一定程度的缓解。

同理，低工资家庭对于高工资商品的需求变化由式(A21)简化为：

$$\frac{dy_l}{dw} = \frac{1}{P_y}\left[l - \tau_l' l - \frac{x_l}{\alpha_l}\right] \tag{A24}$$

其中，$l - x_l/\alpha_l$为正，因为高工资家庭对于商品x也有消费。所以，除非税收效应非常明显，不然低工资家庭对于高工资商品的需求是增加的。增长的幅度取决于低工资家庭的工作时间和消费低工资商品的份额，如果工作时间越长、消费低工资商品的份额越低，那么增长幅度就更大。

最后，不工作的家庭对于高工资商品的需求变化由式(A22)简化为：

$$\frac{dy_n}{dw} = \frac{1}{P_y}\left(\frac{d\tau_n}{dw} - \frac{x_n}{\alpha_l}\right) \tag{A25}$$

因此，除非政府的转移支付增加的足够多，否则不工作的家庭对于高工资商品的需求也是减少的。

综上，该一般均衡模型对提高最低工资后不同家庭的行为给出了预测。随着最低工资的提高，最低工资工人对高工资商品的消费会有所增加，但代价是其他群体对高收入商品的消费会减少。这一点和实证部分作者估算的逻辑是一致的，因此该一般均衡模型为前文实证部分的会计逻辑提供了理论支持。

需要提醒的是，模型的结论并非意味着提高最低工资使得高收入群体补贴低收入群体，模型中的高工资家庭意指没有最低工人的家庭，但并不是说高工资家庭就是高收入家庭。根据前文的 TABLE 5，在收入最低的五分位家庭中，有 77.5%的家庭是没有最低工资工人的，

提高最低工资对于这部分家庭的消费是有害的。那么，政府是否能够弥补这部分家庭的损失？根据 TABLE 6 的估算，通过提高最低工资，政府大约获得了 45 亿美元的增量税收，而由于商品价格提升，政府需要 11 亿美元的额外支出，因此还有 34 亿美元的余额。而根据 TABLE 5 以及家庭数量的估计，收入最低的五分位家庭中，没有最低工人的家庭一共产生了 11 亿美元的损失；收入第二低的五分位家庭中，没有最低工人的家庭一共产生了 13 亿美元的损失；位于中间的五分位家庭中，没有最低工人的家庭一共产生了 17 亿美元的损失。因此，政府税收的余额能够全部补贴收入最低和第二低的五分位家庭，以及部分位于中间的五分位家庭。但作者说，类似的做法从未被其他文献讨论过，也没有成为最低工资立法的一部分，这一点值得政策制定者进一步思考与判断。

（五）考虑劳动力供给和资本供给有弹性时的结果

如果假设劳动力供给和资本供给是有弹性的，那么由式(A20)，当最低工资提高时，高工资家庭会增加劳动力供给和资本供给，以应对商品价格上涨带来的影响。在这种情况下，高工资家庭对于高工资商品的需求依然是减少的，但是相比起要素供给无弹性时，需求减少的幅度比较小，福利下降的程度也比较小。同时，高工资家庭要素供给的增加意味着政府税收的进一步增加，如果像前面所说，增量税收可以用于补贴没有最低工资工人的低收入家庭，那么补贴的群体能够进一步增加。

（六）在更加灵活的行为假设下评估提高最低工资的效果

这一部分，作者进一步放松模型的假定，讨论了几种不同的情况，意在扩展该一般均衡模型的适用范围。

假如存在一个国外部门可以按照固定不变的利率供给资本，那么资本的供给将是完全弹性的，因此$q'' = 0$。在这种情况下，可以放松第四部分的假设$dh/dw = 0$，即使高工资工人的劳动供给是弹性的，式(A24)和式(A25)依然是成立的，但是式(A23)并不成立。

如果假设$q'' > 0$，那么随着q''的增大，由(A21)和(A22)，显然dy_l/dw和dy_n/dw都是减少的。除此之外，由(A19)，随着q''的增大，dh/dw是减小的。这意味着，如果资本的边际成本增加的越快，那么低工资家庭和不工作的家庭对高工资商品的消费受到的影响就会更小，高工资家庭提高劳动供给的反应也会比较小。

如果进一步放松生产函数的假设，设定不是固定要素比例的生产函数，那么提高最低工资就会导致要素的替代，即使低工资商品的需求无弹性，低工资工人的就业机会也要减少。

如果再放松对低工资商品需求的假设，设定需求有弹性，那么提高最低工资导致的商品价格上升就会使商品间出现替代效应和收入效应，从而减少高工资家庭和不工作的家庭对于低工资商品的需求，进而使得对低工资商品的总需求下降。在固定要素比例的生产函数下，对低工资商品总需求的下降意味着低工资工人就业机会的减少。